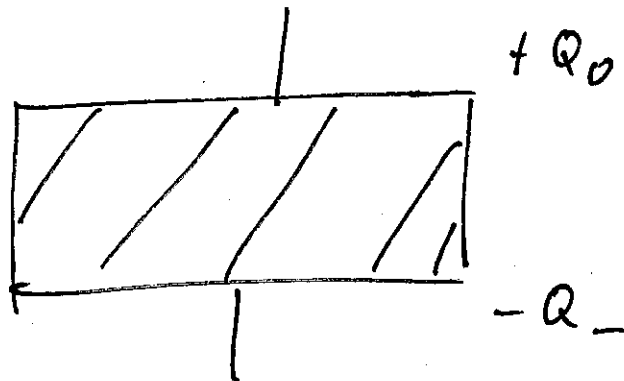


17.3. Elektrische Feldenergie im Dielektrikum

a.) abgeklemmte Spannungsquelle



$$|+Q_0| = |-Q_0| = \text{konst.} \\ = Q$$

$$C_{\text{Diel.}} = \frac{Q}{U_{\text{Diel}}} = \frac{\epsilon_r}{U_{\text{vak}}} \cdot Q = \epsilon_r \cdot C_{\text{vak}}$$

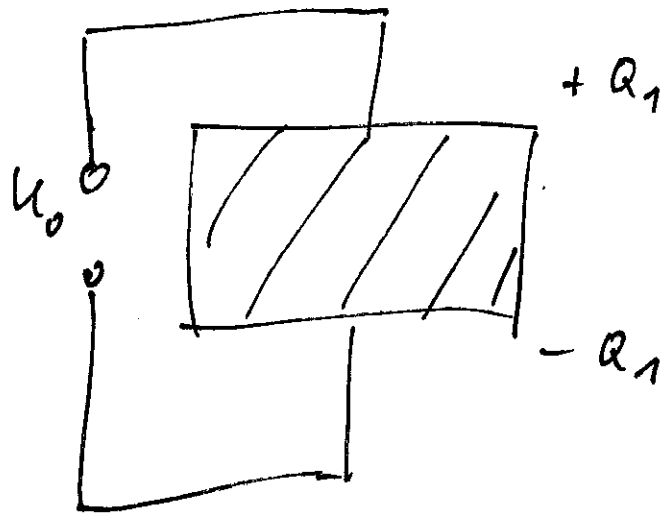
Feldenergie:

$$W_{\text{Diel.}} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_{\text{Diel.}}}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_r \cdot C_{\text{vak.}}}$$

$$W_{\text{Diel}} = \frac{W_{\text{vak}}}{\epsilon_r}$$

b.) mit Spannungsquelle



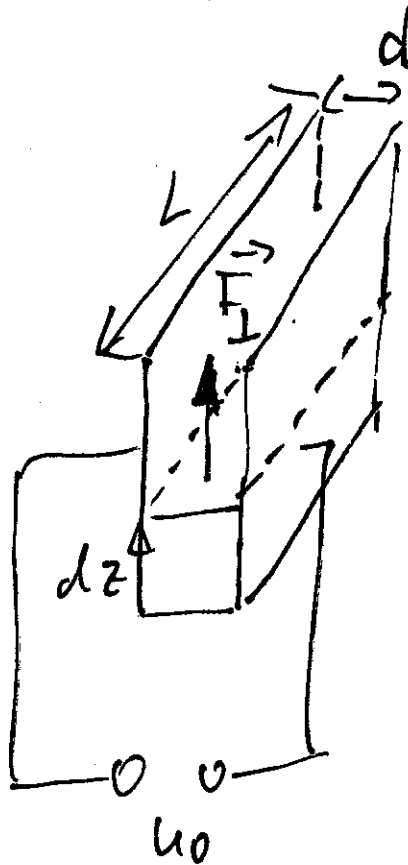
$$W_{\text{Diel}} = \frac{1}{2} C_{\text{Diel}} \cdot U_0^2$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_r C_{\text{vak}} \cdot U_0^2$$

$$W_{\text{Diel}} = \epsilon_r W_{\text{vak}}$$

c.) Kapazitätsänderung bei Aufsteigen
eines Dielektrikums $\Rightarrow$

Kraftwirkung senkrecht zu den
Feldlinien



$$dC = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{d\mathcal{A}}{d} - \epsilon_0 \frac{d\mathcal{A}}{d}$$

$$dC = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \cdot \frac{L}{d} \cdot dz$$

$$W_{\text{ges}} = W_{\text{Batterie}} + W_{\text{Diel}} + W_{\text{pot}}$$

abgeschlossenes System:

$$dW_{\text{ges}} = 0$$

$$dW_{\text{pot}} = -dW_{\text{Batterie}} - dW_{\text{Diel}}$$

$$dW_{\text{Diel}} = \frac{1}{2} U_0^2 \cdot dC$$

$$dW_{\text{pot}} = F_{\perp} \cdot dz = \frac{1}{2} U_0^2 \cdot dC$$

$$F_{\perp} = |F_g|$$

$$= m_{\text{Zi:}} \cdot g = S_{\text{Zi:}} \cdot \underbrace{L \cdot d \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}_{V_{\text{Zi:}}} \cdot g$$

Springhöhe:

$$h = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \cdot \frac{U_0^2}{d^2}}{S_{\text{Zi:}} \cdot g}$$

17.4. Piezoelektrizität

Kraftwirkung parallel zu den
elektrischen Feldlinien

a.) ohne Dielektrikum

$$\begin{aligned} F_{11} &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot A \cdot \frac{U_0^2}{d^2} \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot A \cdot E_{\text{vak}}^2 \end{aligned}$$

$$\frac{Q_{\text{frei}}}{A} = D_{\text{vak}} = \epsilon_0 \cdot E_{\text{vak}}$$

$$\frac{F_{11}}{A} = \frac{1}{2} \frac{Q_{\text{frei}}}{A} \cdot E_{\text{vak.}}$$

b.) Lit Dielektrikum
(Kraft auf das Dielektrikum)

$$\frac{\overline{F_{11}}}{A} = \frac{1}{2} \sigma_{\text{pol}} \cdot E_{\text{vak}}$$

$$\boxed{\frac{\overline{F_{11}}}{A} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \cdot \epsilon_0 \cdot E_{\text{vak}}^2}$$

mit steigendem ϵ_r steigt $\overline{F_{11}}$

$\Rightarrow$ mechanische Spannung an
Dielektrikum angreifend

$\hookrightarrow$ Ausdehnung (Streckung) des
Dielektrikums entlang der Feldlinien

$\Rightarrow$ Elektrostriktion

• Piezoelektrizität

- mechanische Spannungen können Ladungen verschieben
- Entstehung von Ladungen an der Oberfläche, d. h. Polarisation des Dielektrikums

$$- |\vec{E}| = \int \frac{\Delta x}{x}$$

↑
Piezoelektrische Koeffizient

- erforderlich sind Materialien mit polaren (ausgezeichneten) Achsen

⇒ Quarz, Turmalin, Bariumtitanat
(BaTiO_3)

↳ Verschiebung von Elektronen

⇒ Seignette-Salze
Rochelle-Salze

↳ Verschiebung von Protonen

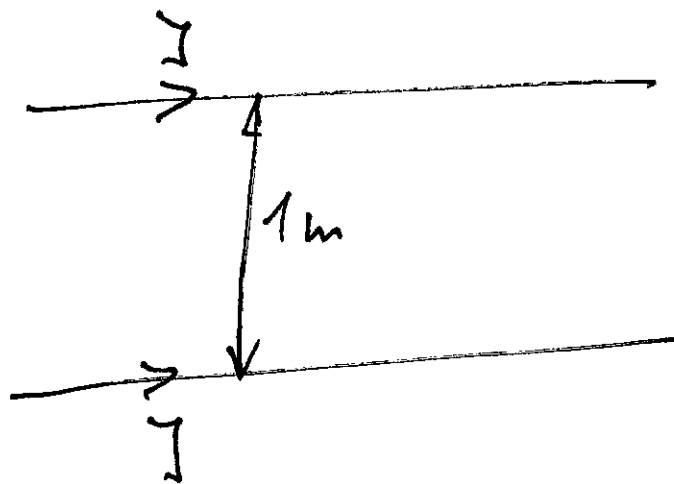
18. Der Gleichstromkreis

18.1. Stromstärke

Strom I ist die pro Zeiteinheit dt transportierte Ladungsmenge dQ durch einen zur Stromrichtung senkrechten Querschnitt.

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [I] = 1 \text{ A} = 1 \text{ Ampere}$$

Die Einheit der Stromstärke als SI-Größe wird definiert durch die Kraft zwischen zwei parallelen, unendlich langen Leitern



1 A
tut eine Kraft
hervor von

$$\frac{F}{L} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\frac{F}{L} = \mu_0 \cdot \frac{I^2}{2\pi \cdot r}$$

I - Stromstärke

r - Abstand

$$L = 1 \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

μ
magnetische Feldkonstante

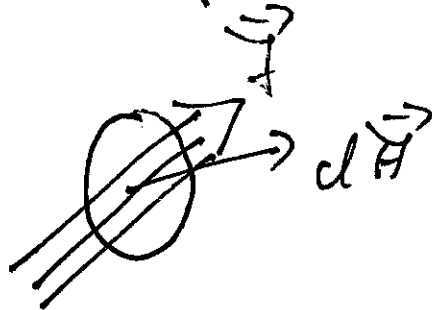
18.2. Stromdichte und Kontinuitätsgleichung

- existiert in einem Raumbereich eine elektrische Ladungsdichte $\rho_{ee}(\vec{r})$ und bewegt sich diese mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$, so definieren wir das Produkt aus beiden als Stromdichte

$$\vec{J}(\vec{r}) = \rho_{ee}(\vec{r}) \cdot \vec{v}$$

- Als elektrische Stromstärke durch das ~~a~~ orientierte Flächenelement $d\vec{A}$ bezeichnet man das Skalarprodukt

$$dI = \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad \vec{J} \parallel \vec{v}$$



$$dI = |\vec{J}| \cdot |d\vec{H}| \cdot \cos \angle (d\vec{H}, \vec{J})$$

dI wird maximal, wenn $d\vec{H} \parallel \vec{J}$

- die gesamte Stromstärke durch einen Querschnitt H ergibt sich aus

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{H} = \frac{dQ}{dt}$$

- der Strom, der netto aus einem Volumen herausfließt, ist gleich der Abnahme der umfassten Ladungen

$$I = \frac{dQ}{dt} = - \frac{dQ_{\text{umf}}}{dt}$$

- $$\text{div } \vec{J} = - \frac{\partial}{\partial t} \rho_{\text{el}}(\vec{r})$$

- Kontinuitätsgleichung:
für eine geschlossene Fläche

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{\text{el}}(\vec{r}) = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{J} = 0$$

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0$$

$\Rightarrow$ stationäre Ströme

$\Rightarrow$ Gleichströme

18.3. Das Ohmsche Gesetz

- die elektrische Stromdichte

$$J = \frac{1}{A} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{I}{A}$$

- Antrieb für die Ladungsbewegung

$\Rightarrow$ Elektrische Feldstärke

$\Rightarrow$ Potentialdifferenz

$$\Delta \varphi = \varphi(x_2) - \varphi(x_1)$$

$$\Delta \varphi = U$$

x_2 und x_1 sind die entsprechenden Ortskoordinaten

- $$J = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x}$$

elektrische Leitfähigkeit

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\frac{1}{\lambda} = \alpha \cdot \frac{d\varphi}{dx}$$

$$\vec{J} = \alpha \cdot \vec{E}$$

$$\frac{U}{J} = \frac{\Delta \varphi}{J} \cdot \frac{1}{\alpha} = R = \frac{U}{J}$$

Ohmsches Gesetz: der Spannungsabfall U ist proportional J

$$U = R \cdot J$$

• wenn $\Delta \varphi = l$ (Länge des Drahtes)

$$\cancel{R} = S$$

$$R = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{l}{\lambda}$$

$$= S \cdot \frac{l}{\lambda}$$

†

spezifischer elektrischer
Widerstand $S = \frac{1}{\alpha}$